



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



Introducción

Si usted conduce un automóvil a lo largo de un camino recto de 150 km en 2.0 h, la magnitud de su velocidad promedio es de 75 km/h. Sin embargo, es improbable que se haya desplazado precisamente a 75 km/h en cada instante. Para describir esta situación, necesitamos el concepto de *velocidad instantánea*, que es la velocidad en cualquier instante de tiempo. (Su magnitud es el número, con unidades, que indica un velocímetro, como el de la figura 1). Con más precisión, la **velocidad instantánea** en cualquier momento se define como la *velocidad promedio durante un intervalo de tiempo infinitesimalmente corto*.

Es decir, la ecuación de velocidad $v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$ debe ser

evaluada en el límite en que Δt tiende a un valor sumamente pequeño, que tiende a cero. Podemos escribir la definición de la velocidad instantánea v , para un movimiento unidimensional, como

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La notación $\lim_{\Delta t \rightarrow 0}$ significa que la razón $\Delta x / \Delta t$ debe evaluarse en el límite cuando Δt tiende a cero. Sin embargo, no podemos tomar simplemente $\Delta t = 0$ en esta definición, pues entonces Δx también sería cero y tendríamos un número indefinido. Más bien, consideramos la razón $\Delta x / \Delta t$ como un todo. Cuando hacemos que Δt tienda a cero, Δx también tiende a cero; pero la razón $\Delta x / \Delta t$ tiende a un valor bien definido, que es la velocidad instantánea en un instante dado.

En la ecuación anterior el límite cuando $\Delta t \rightarrow 0$ se escribe en notación del cálculo como dx/dt y se llama la *derivada* de x con respecto a t :

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Esta ecuación es la definición de velocidad instantánea para el movimiento unidimensional.



Figura 1: Velocímetro de un automóvil que muestra los km/h en números grandes, y las mi/h en números pequeños. Fuente: highmotor.com



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014

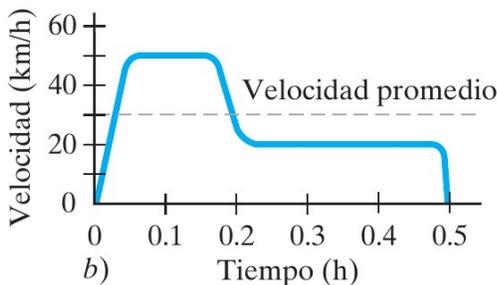
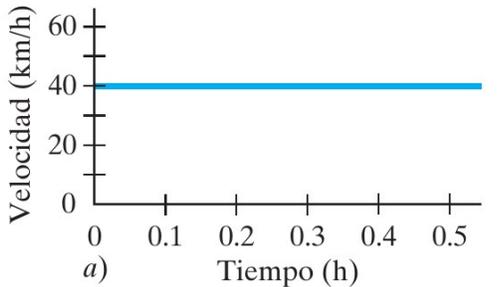


Figura 2: Velocidad de un automóvil en función del tiempo: a) con velocidad constante; b) con velocidad variable.

Para la velocidad instantánea usamos el símbolo v , mientras que para la velocidad promedio usamos \bar{v} , con una barra. En el resto de este curso, cuando mencionemos el término “velocidad”, nos referiremos a la velocidad instantánea. Cuando queramos hablar de la velocidad promedio, haremos esto más claro incluyendo la palabra “promedio”.

Note que la *rapidez instantánea* siempre es igual a la magnitud de la velocidad instantánea. ¿Por qué? Porque la distancia recorrida y la magnitud del desplazamiento resultan iguales cuando se vuelven infinitesimalmente pequeñas.

Si un objeto se mueve con velocidad uniforme (es decir, con velocidad constante) durante un intervalo de tiempo específico, su velocidad instantánea en cualquier instante es la misma que su velocidad promedio (véase la figura 2a).

Pero en muchas situaciones éste no es el caso. Por ejemplo, un automóvil puede partir del reposo, aumentar la velocidad hasta 50 km/h , permanecer a esta velocidad durante cierto tiempo, luego disminuirla a 20 km/h en un

congestionamiento de tránsito y, finalmente, detenerse en su destino después de haber recorrido un total de 15 km en 30 minutos . Este viaje se muestra en la gráfica de la figura 2b. Sobre la gráfica se indica también la velocidad promedio (línea punteada), que es

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15 \text{ km}}{0,5 \text{ horas}} = 30 \text{ km/h}$$

Para entender mejor la velocidad instantánea, consideremos la gráfica de la posición de una partícula específica como función del tiempo (x versus t), como se muestra en la figura 3. (Advierta que esto es diferente de mostrar la “trayectoria” de la partícula sobre una gráfica de y versus x .) La partícula está en la posición x_1 en el tiempo t_1 , y en la posición x_2 en el tiempo t_2 . P_1 y P_2 representan esos dos puntos sobre la gráfica. Una línea recta dibujada del punto $P_1(x_1, t_1)$ al punto $P_2(x_2, t_2)$ forma la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son Δx y Δt . La razón $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ es la pendiente de la línea recta $P_1 P_2$. Pero $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ es también la velocidad promedio de la partícula durante el intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$. Por lo tanto, concluimos que la velocidad promedio de una partícula durante



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



cualquier intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$ es igual a la pendiente de la línea recta (o cuerda) que conecta los dos puntos (x_1, t_1) y (x_2, t_2) sobre una gráfica de x versus t .

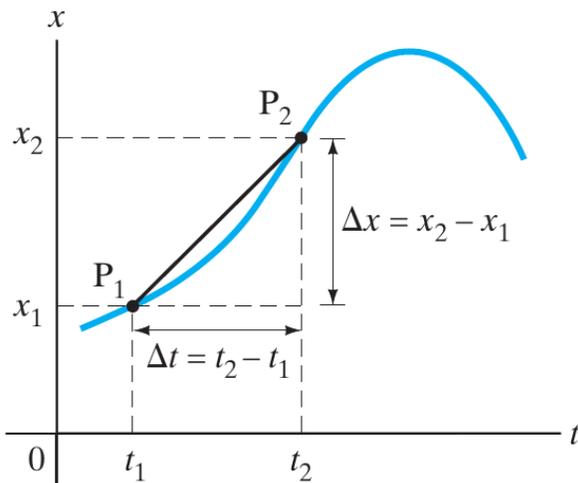


Figura 3: Gráfica de la posición x de una partícula versus el tiempo t . La pendiente de la línea recta P_1P_2 representa la velocidad promedio de la partícula durante el intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$.

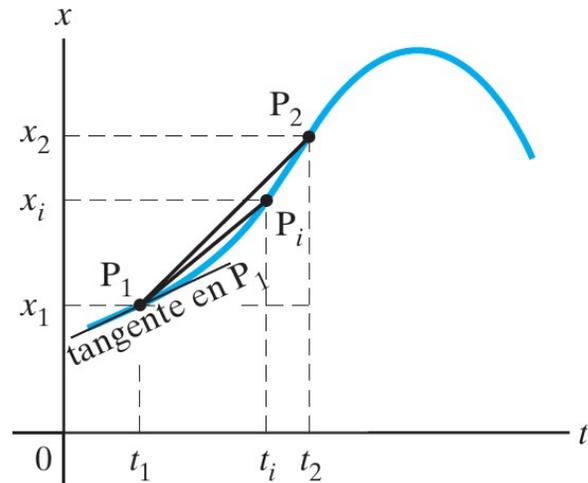


Figura 4: Mismo gráfico que en la figura 3, pero advierta que la velocidad promedio sobre el intervalo de tiempo $t_i - t_1$ (que es la pendiente de P_1P_i) es menor que la velocidad promedio sobre el intervalo de tiempo $t_2 - t_1$. La pendiente de la línea delgada tangente a la curva en el punto P_1 , es igual a la velocidad instantánea en el tiempo t_1 .

Considere ahora un tiempo t_i , intermedio entre t_1 y t_2 , en el que la partícula está en x_i (figura 4). La pendiente de la línea recta P_1P_i es menor que la pendiente de P_1P_2 del caso anterior. Así, la velocidad promedio durante el intervalo de tiempo $t_i - t_1$ es menor que durante el intervalo de tiempo $t_2 - t_1$. Imaginemos ahora que tomamos el punto P_i en la figura 4 cada vez más cercano al punto P_1 . Es decir, hacemos que el intervalo $t_i - t_1$, que ahora llamamos Δt , se vuelva cada vez más pequeño. La pendiente de la línea que conecta los dos puntos se vuelve cada vez más cercana a la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto P_1 . La velocidad promedio (igual a la pendiente de la cuerda), por lo tanto, tiende a la pendiente de la tangente en el punto P_1 . La definición de la velocidad instantánea es el valor límite de la velocidad promedio cuando Δt tiende a cero. Entonces, *la velocidad instantánea es*



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: “La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía”

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



igual a la pendiente de la recta tangente a la curva en ese punto (lo que simplemente llamamos “la pendiente de la curva” en ese punto).

Como la velocidad en cualquier instante es igual a la pendiente de la tangente a la gráfica de x versus t en ese instante, podemos obtener la velocidad en cualquier instante con una gráfica así. Por ejemplo, en la figura 5 (que muestra la misma curva de las figuras 3 y 4), cuando nuestro objeto se mueve de x_1 a x_2 la pendiente crece continuamente, por lo que la velocidad está aumentando. Sin embargo, para tiempos posteriores a t_2 , la pendiente empieza a disminuir hasta que alcanza el valor cero ($v=0$) cuando x tiene su valor máximo, en el punto P_3 de la figura 5. Más allá de este punto, la pendiente es negativa, como en el punto P_4 . Por lo tanto, la velocidad es negativa, lo cual tiene sentido dado que x está ahora disminuyendo: la partícula se está moviendo hacia valores decrecientes de x , hacia el origen a lo largo del eje xy .

Si un objeto se mueve con velocidad constante durante un intervalo de tiempo particular, su velocidad instantánea será igual a su velocidad promedio. La gráfica de x versus t en este caso será una línea recta cuya pendiente es igual a la velocidad. La curva de la figura 3 no tiene secciones rectas, por lo que no hay intervalos de tiempo para los que la velocidad es constante.

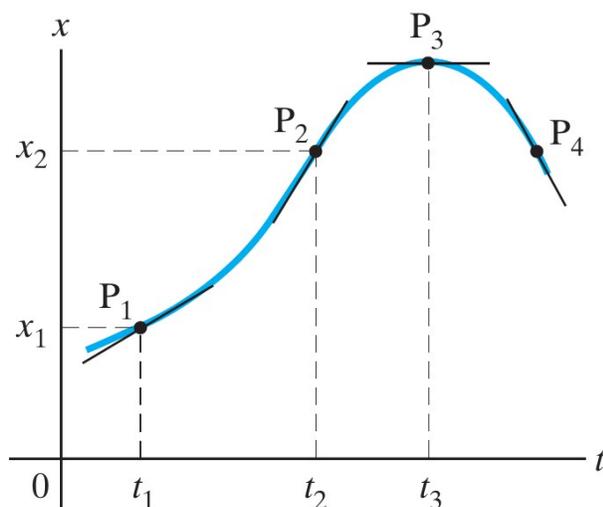


Figura 5: Misma curva x versus t que en las figuras 3 y 4, pero aquí se muestra la pendiente en cuatro instantes diferentes. En P_3 la pendiente es cero, por lo que $v=0$. En P_4 la pendiente es negativa, así que $v<0$.



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



Ejercicios

1. Un automóvil parte del reposo y recorre 100 metros en 10 segundos, manteniendo una velocidad constante. Dibuja la gráfica de distancia vs. tiempo y calcula la pendiente. ¿Qué representa la pendiente en este caso?
2. Un ciclista recorre 200 metros en 15 segundos, pero después reduce su velocidad y llega al reposo en los siguientes 10 segundos. Dibuja la gráfica de distancia vs. tiempo y calcula las pendientes de ambos tramos.
3. Un coche parte del reposo y acelera uniformemente alcanzando 20 m/s en 5 segundos. Dibuja la gráfica de velocidad vs. tiempo y encuentra la pendiente. Explica qué representa.
4. Un objeto en movimiento a 30 m/s comienza a frenar y detiene su marcha en 6 segundos. Dibuja la gráfica de velocidad vs. tiempo y determina la pendiente. ¿Qué significa una pendiente negativa?
5. Un corredor parte del reposo y recorre 50 metros en 5 segundos, luego continúa otros 50 metros en 3 segundos más. Dibuja la gráfica de distancia vs. tiempo e interpreta las pendientes de ambos tramos.
6. Dibuja una gráfica de distancia vs. tiempo, representando un objeto que viaja a una velocidad constante. Explica cómo se relaciona la pendiente con la velocidad.
7. Imagina un objeto que primero aumenta su velocidad de forma constante y luego comienza a disminuir su velocidad hasta detenerse. Dibuja la gráfica de velocidad vs. tiempo, indicando cómo cambia la pendiente en cada tramo.
8. Dibuja una gráfica de distancia vs. tiempo para un objeto que está en reposo durante 20 segundos. Explica por qué la pendiente es cero y qué significa esto en términos de movimiento.
9. Dibuja una gráfica de velocidad vs. tiempo para un objeto que acelera durante 5 segundos y luego desacelera durante otros 5 segundos hasta detenerse. Explica la diferencia entre las pendientes en ambas etapas.
10. Dibuja una gráfica de distancia vs. tiempo donde un objeto primero avanza durante 10 segundos y luego retrocede durante otros 10 segundos. Explica cómo la pendiente cambia de positiva a negativa.



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

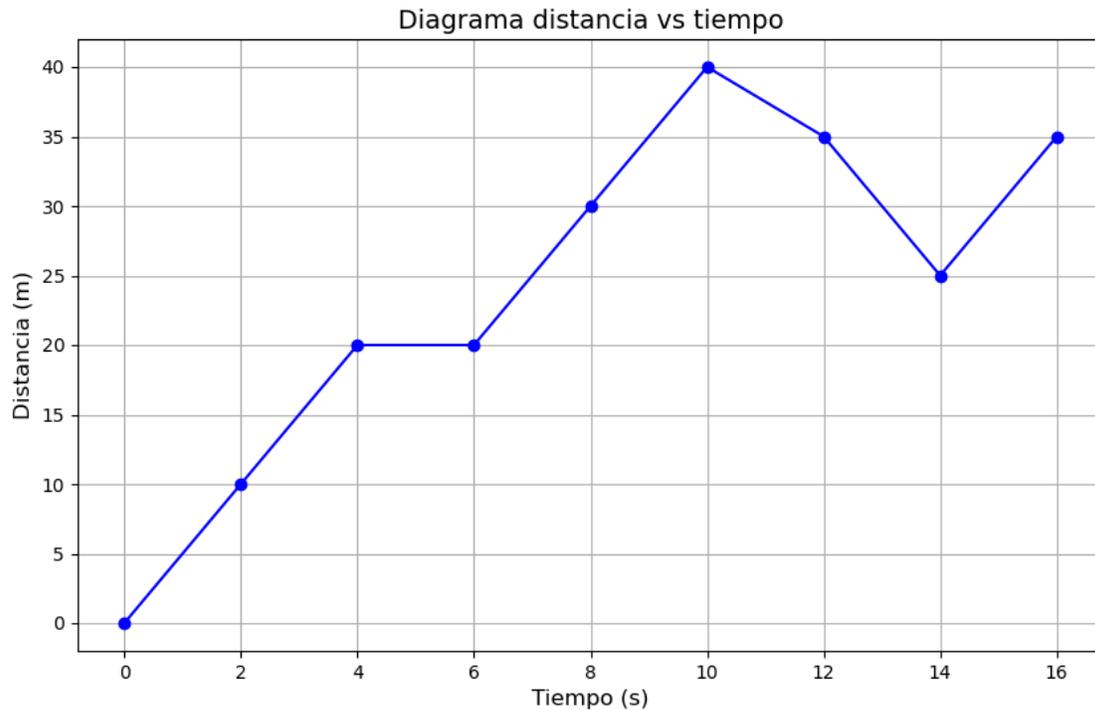
NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



A continuación se muestra el movimiento de un móvil en un intervalo de 16 segundos. Realizar los siguientes ejercicios de acuerdo al siguiente diagrama Distancia vs Tiempo.

11. ¿En qué secciones del gráfico el vehículo presenta velocidad positiva y en cuáles presenta velocidad negativa? Explica qué significa una pendiente positiva y una pendiente negativa en términos de movimiento.
12. Calcula la rapidez del vehículo en los primeros 6 segundos. ¿Cómo se diferencia de la velocidad promedio en este intervalo?
13. ¿Cuál es la velocidad promedio del vehículo durante los primeros 8 segundos del recorrido? ¿Cómo se obtiene este valor a partir del gráfico?
14. En el intervalo de tiempo entre los 4 y 6 segundos ¿Qué indica la pendiente en esta parte del gráfico? ¿Cuál es la velocidad del vehículo en este tramo?
15. En el tramo entre los 10 y 14 segundos ¿Qué le está sucediendo al móvil en términos de movimiento?



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

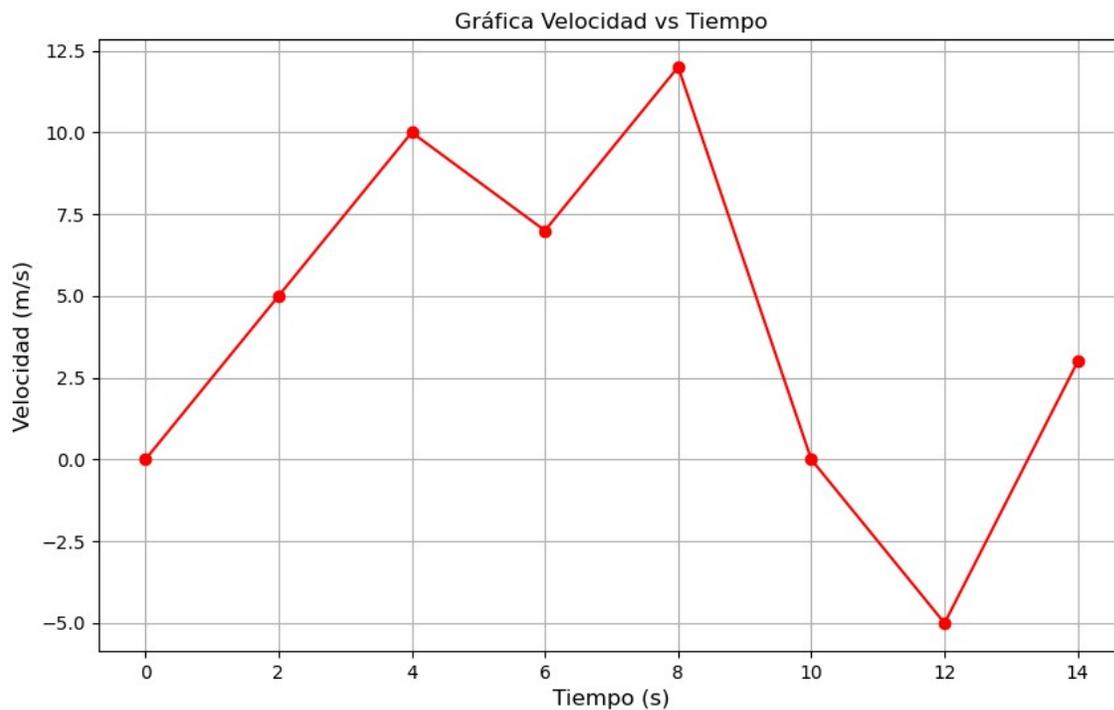
Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



16. ¿Cuál es la velocidad promedio desde el tiempo $t_1 = 6 \text{ seg}$ hasta $t_2 = 16 \text{ seg}$?
17. Es correcto afirmar que en el tramo entre los 8 y 10 segundos, la pendiente del gráfico es mayor que en los intervalos anteriores? Justifique su respuesta.



Resolver las siguientes preguntas a partir de la gráfica Velocidad vs Tiempo.

18. Calcula la aceleración del objeto entre los 0 y 2 segundos. ¿Cómo se obtiene este valor a partir de la gráfica?
19. En el intervalo de tiempo entre los 6 y 10 segundos, el objeto pasa de una velocidad de 7 m/s a 0 m/s y luego a -5 m/s . ¿Cuál es la aceleración en ese intervalo? ¿Es positiva o negativa?
20. ¿En qué intervalo de tiempo el objeto experimenta la mayor aceleración? Explica cómo se puede identificar la mayor aceleración observando la gráfica.