



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



Aceleración promedio (MUA)

La aceleración promedio se define como el cambio en la velocidad dividido entre el tiempo que toma efectuar este cambio:

$$\text{aceleración promedio} = \frac{\text{cambio de velocidad}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

En símbolos, la aceleración promedio, en un intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$

durante el cual la velocidad cambia en $\Delta v = v_2 - v_1$, se define como

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Como la velocidad es un vector, la aceleración también es un vector; pero para el movimiento unidimensional, basta usar un solo signo de más o de menos para indicar el sentido de la aceleración respecto de un sistema coordenado dado.

EJEMPLO CONCEPTUAL: Aceleración promedio

Un automóvil acelera a lo largo de un camino recto, desde el reposo hasta 90 km/h en 5.0 s (figura 1). ¿Cuál es la magnitud de su aceleración promedio?

PLANTEAMIENTO La aceleración promedio es el cambio en la velocidad dividido entre el tiempo transcurrido, 5.0 s . El automóvil parte del reposo, por lo que $v_1 = 0$. La velocidad final es $v_2 = 90 \text{ km/h} = 90 \times 10^3 \text{ m} / 3600 \text{ s} = 25 \text{ m/s}$.

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{25 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = \frac{5.0 \text{ m/s}}{\text{s}}$$

Esto se lee como "cinco metros por segundo por segundo" y significa que, en promedio, la velocidad cambió 5.0 m/s en cada segundo. Es decir, suponiendo que la aceleración fuera constante, durante el primer segundo la velocidad del automóvil aumentó de cero a 5.0 m/s . Durante el siguiente segundo su velocidad aumentó otros 5.0 m/s , alcanzando una velocidad de 10.0 m/s en $t = 2.0 \text{ s}$, y así sucesivamente (véase la figura 1).



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014

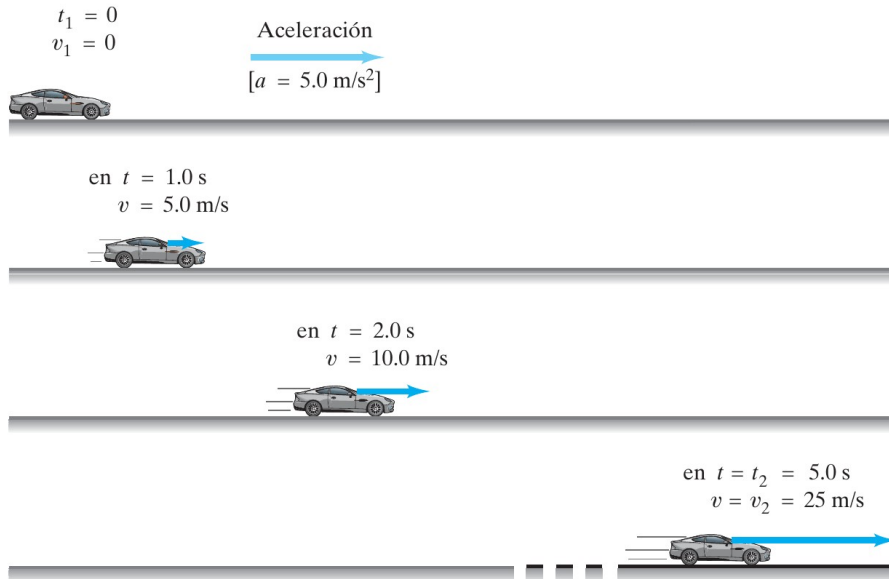


Figura 1. Ilustración del ejemplo anterior. El automóvil se muestra al inicio con $v_1=0$ en $t_1=0$. El auto se muestra tres veces más, en $t=1.0 \text{ s}$, en $t=2.0 \text{ s}$ y, al final de nuestro intervalo de tiempo, en $t_2=5.0 \text{ s}$. Suponemos que la aceleración es constante e igual a 5.0 m/s^2 . Las flechas representan los vectores velocidad; la longitud de cada flecha representa la magnitud de la velocidad en ese momento. El vector aceleración es la flecha azul clara. Las distancias no están dibujadas a escala.

Las unidades para aceleración casi siempre se escriben como m/s^2 (metros por segundo al cuadrado), en vez de m/s/s . Esto es posible porque:

$$\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

De acuerdo con el cálculo del ejemplo anterior, la velocidad cambió en promedio 5.0 m/s durante cada segundo, para un cambio total de 25 m/s durante los 5.0 s ; la aceleración promedio fue de 5.0 m/s^2 .

Note que *la aceleración nos indica qué tan rápido cambia la velocidad, mientras que la velocidad nos dice qué tan rápido cambia la posición.*



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



EJEMPLO 1. Velocidad y aceleración.

- a) Si la velocidad de un objeto es cero, ¿significa esto que la aceleración es cero?
- b) Si la aceleración es cero, ¿significa esto que la velocidad es cero? Mencione algunos ejemplos.

RESPUESTA Si la velocidad es cero no significa necesariamente que la aceleración sea cero, ni una aceleración cero implica necesariamente que la velocidad sea cero.

- a) Por ejemplo, cuando usted pisa el pedal del acelerador de su automóvil que está en reposo, la velocidad comienza desde cero; pero la aceleración no es cero, ya que cambia la velocidad del automóvil. (¿De qué otra manera podría arrancar su automóvil si la velocidad no estuviera cambiando, esto es, si no acelerara?)
- b) Si conduce su automóvil a lo largo de un camino recto a una velocidad constante de 100 km/h , su aceleración es cero: $a=0$, pero $v \neq 0$.



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



EJEMPLO 2. Automóvil que desacelera.

Un automóvil se mueve hacia la derecha a lo largo de un camino recto, que llamamos el eje x positivo (figura 2) cuando el conductor aplica los frenos. Si la velocidad inicial (cuando el conductor acciona los frenos) es $v_1 = 15.0 \text{ m/s}$, y toma 5.0 s desacelerar a $v_2 = 5.0 \text{ m/s}$, ¿cuál fue la aceleración promedio del automóvil?

PLANTEAMIENTO Dada la velocidad inicial, la velocidad final y el tiempo transcurrido,

usamos la ecuación $\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ para calcular la aceleración promedio \bar{a} .

SOLUCIÓN Se emplea la ecuación anteriormente mencionada, tomando el tiempo inicial $t_1 = 0$; el tiempo final $t_2 = 5.0 \text{ s}$. (Note que elegir $t_1 = 0$ no afecta el cálculo de \bar{a} porque sólo $\Delta t = t_2 - t_1$ aparece en la ecuación de la aceleración promedio). Entonces,

$$\bar{a} = \frac{5.0 \text{ m/s} - 15 \text{ m/s}}{5.0 \text{ s}} = -2.0 \text{ m/s}^2$$

El signo negativo aparece porque la velocidad final es menor que la velocidad inicial. En este caso, el sentido de la aceleración es hacia la izquierda (en el sentido x negativo), aun cuando la velocidad siempre apunta hacia la derecha. Podemos decir que la aceleración es de 2.0 m/s^2 hacia la izquierda como se muestra en la figura 2 como una flecha azul claro.

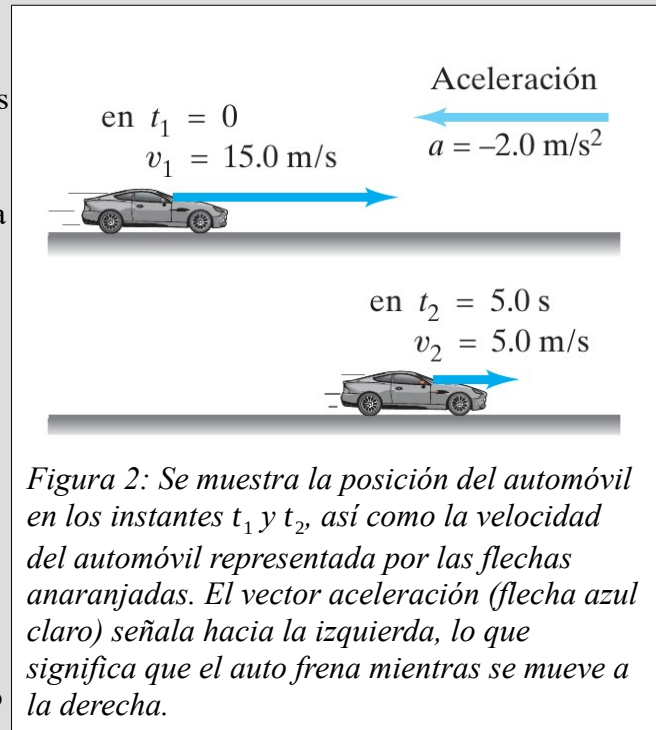


Figura 2: Se muestra la posición del automóvil en los instantes t_1 y t_2 , así como la velocidad del automóvil representada por las flechas anaranjadas. El vector aceleración (flecha azul claro) señala hacia la izquierda, lo que significa que el auto frena mientras se mueve a la derecha.

Desaceleración

Cuando un objeto está frenando, decimos que está **desacelerando**. Pero cuidado: la desaceleración *no* implica que la aceleración sea necesariamente negativa. La velocidad de un objeto que se mueve hacia la derecha a lo largo del eje x positivo es positiva; si el objeto está frenando (como en la figura 3), la



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

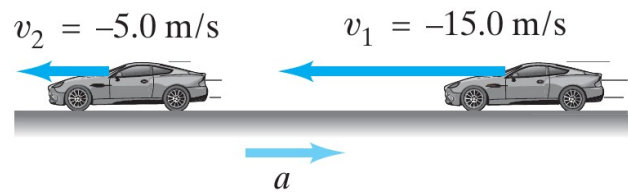
Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



aceleración es negativa. Pero el mismo automóvil, moviéndose hacia la izquierda (x decreciente) y frenando, tiene aceleración positiva que señala hacia la derecha, como se indica en la siguiente figura. Tenemos una desaceleración siempre que la magnitud de la velocidad disminuye, de modo que la velocidad y la aceleración apuntan en sentidos opuestos.

Figura 3. El mismo automóvil que en el ejemplo 2, pero ahora moviéndose hacia la izquierda y desacelerando. La aceleración es positiva:

$$\begin{aligned} a &= \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \\ &= \frac{(-5.0 \text{ m/s}) - (-15.0 \text{ m/s})}{5.0 \text{ s}} \\ &= \frac{-5.0 \text{ m/s} + 15.0 \text{ m/s}}{5.0 \text{ s}} \\ &= +2 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$



Aceleración instantánea

La **aceleración instantánea**, a , se define como el valor límite de la aceleración promedio cuando Δt tiende a cero:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Este límite, dv/dt , es la derivada de v con respecto a t . Usaremos el término "aceleración" para referirnos al valor instantáneo. Si queremos discutir la aceleración promedio, siempre incluiremos la palabra "promedio".

Si dibujamos una gráfica de la velocidad, v , versus tiempo, t , como se muestra en la figura 4, entonces la aceleración promedio sobre un intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$ corresponde a la pendiente de la línea recta que conecta los dos puntos P_1 y P_2 , como se indica en la figura 4. [Compare esto con la gráfica de posición versus tiempo de la Figura 3 de la guía 2.3., en la cual la pendiente de la línea recta corresponde a la velocidad promedio]. La aceleración instantánea en cualquier tiempo, digamos t_1 , es la pendiente de la recta tangente a la curva v versus t en ese instante, que también se muestra en la figura 4.



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

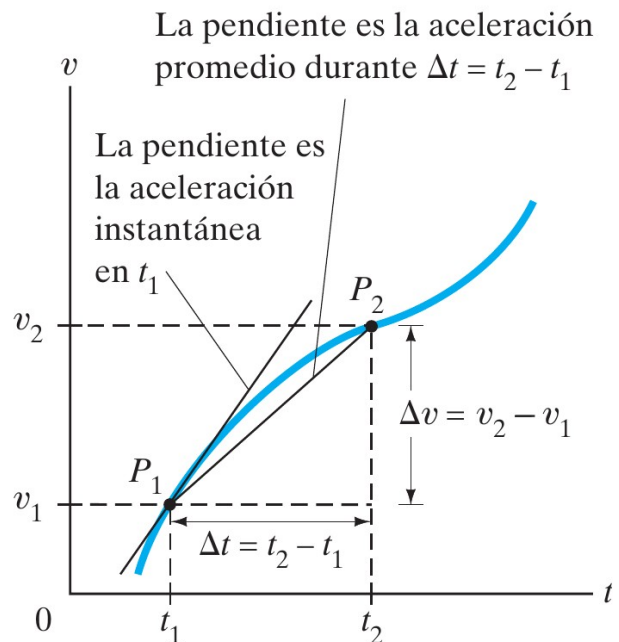
Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



Usemos este hecho para la situación graficada en la figura 4; cuando pasamos del tiempo t_1 al tiempo t_2 , la velocidad crece continuamente, pero la aceleración (la razón de cambio de la velocidad) decrece, ya que la pendiente de la curva es decreciente.

Figura 4. Una gráfica de velocidad v versus tiempo t . La aceleración promedio en un intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$ es la pendiente de la línea recta que une los puntos P_1 y P_2 : $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. La aceleración instantánea en el tiempo t_1 es la pendiente de la curva v versus t en ese instante.



Al igual que la velocidad, la aceleración es una razón de cambio. La velocidad de un objeto es la razón de cambio a la que el desplazamiento cambia con el tiempo; por otro lado, su aceleración es la razón de cambio a la que su velocidad cambia con el tiempo. En cierto sentido, la aceleración es una "razón de una razón". Esto puede expresarse en forma de ecuación como sigue: dado que $a = dv/dt$ y $v = dx/dt$, entonces,

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2 x}{dt^2}.$$

Aquí, $d^2 x/dt^2$ es la segunda derivada de x con respecto al tiempo; primero tomamos la derivada de x con respecto al tiempo (dx/dt) y luego tomamos de nuevo la derivada con respecto al tiempo, $(d/dt)(dx/dt)$, para obtener la aceleración.



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

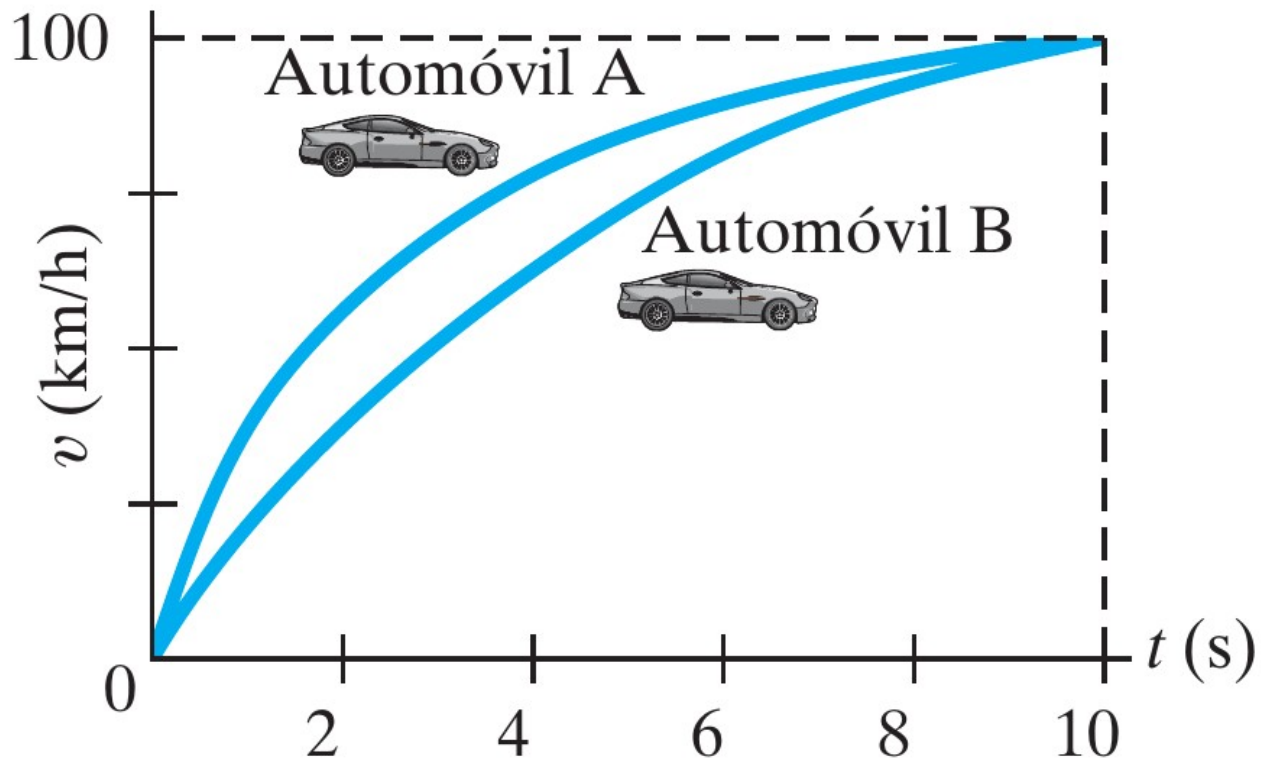
Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



EJEMPLO 3. Análisis con gráficas.



La siguiente figura muestra la velocidad como función del tiempo para dos automóviles que aceleran de 0 a 100 km/h en un tiempo de 10.0 s. Compare:

1. la aceleración promedio;
2. la aceleración instantánea; y
3. la distancia total recorrida por los dos automóviles.

RESPUESTA

1. La aceleración promedio es $\Delta v / \Delta t$. Ambos automóviles tienen la misma Δv (100 km/h) y el mismo Δt (10.0 s), por lo que la aceleración promedio es la misma para ambos vehículos.
2. La aceleración instantánea es la pendiente de la tangente a la curva v versus t . Durante casi los primeros 4 s, la curva superior está más empinada que la inferior, de manera que el auto A



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



tiene una mayor aceleración durante este intervalo. La curva de la parte inferior está más empinada durante los últimos 4 s, por lo que el auto B tiene la mayor aceleración en este periodo de tiempo.

3. Excepto en $t=0$ y $t=10.0$ s, el auto A siempre va más rápido que el auto B. Puesto que va más rápido, irá más lejos en mismo tiempo.

TABLA DE FÓRMULAS

Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

$$\bar{v} = \frac{d}{t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$x_2 = x_1 + \bar{v} \Delta t \text{ (Esta expresión es despejando } x_2 \text{ de la fórmula de velocidad)}$$

\bar{v} = Velocidad promedio

d = Distancia recorrida

t = Tiempo recorrido

x_2, x_1 posición final e inicial, respectivamente

t_2, t_1 tiempo final e inicial, respectivamente

$\Delta x, \Delta t$ Cambio en la posición y del tiempo, respectivamente

Movimiento Uniformemente Acelerado (MUA)

$$\bar{a} = \frac{\bar{v}}{t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$v_2 = v_1 + \bar{a} \Delta t \text{ (Esta expresión es despejando } v_2 \text{ de la fórmula de aceleración)}$$

$$x_2 = x_1 + v_1 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{Fórmula para calcular la posición de un objeto cuando hay aceleración}$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2 \bar{a} d \quad \text{Despejando } d: d = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \bar{a}} \quad \text{Fórmula para usar cuando no se conoce el tiempo}$$

$$\bar{v} = \frac{v_2 + v_1}{2} \quad \text{Esta fórmula se usa solamente cuando hay aceleración } \neq 0$$

\bar{a} = Aceleración promedio

v_2, v_1 velocidad final e inicial, respectivamente



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



Ejercicios

1. Un auto acelera desde el reposo hasta una velocidad de 20 m/s en 8 s . ¿Cuál es la aceleración del auto?
2. Un tren disminuye su velocidad de 45 m/s a 15 m/s en 12 s . Calcula la aceleración.
3. Un ciclista acelera de 3 m/s a 15 m/s con una aceleración de 1.5 m/s^2 . ¿Cuánto tiempo tardó en alcanzar esta velocidad?
4. Un coche pasa de 90 km/h a 50 km/h en 6 segundos. ¿Cuál es la aceleración? Da tu respuesta en m/s^2 .
5. Un avión reduce su velocidad de 250 mph a 180 mph en 18 s . ¿Cuál es la desaceleración en m/s^2 ? (mph es milla por hora)
6. Un tren alcanza una velocidad de 120 km/h desde el reposo en 20 s . ¿Cuál es su aceleración?
7. Un motociclista acelera desde 30 m/s hasta 50 m/s en 10 s . ¿Cuál es la aceleración?
8. Un coche reduce su velocidad de 75 mph a 7 mph en $4,2\text{ s}$. ¿Cuál es la aceleración en pies/s^2 ?
9. Un avión aumenta su velocidad de 600 km/h a 900 km/h en 25 segundos. ¿Cuál es su aceleración en m/s^2 ?
10. Un barco desacelera de 40 nudos a 20 nudos en 15 segundos. ¿Cuál es su desaceleración en m/s^2 ? (1 nudo equivale a $1,852\text{ km/h}$)
11. Un coche parte del reposo y acelera a 2 m/s^2 durante 5 s . ¿Qué distancia recorrió?
12. Un objeto se mueve a una velocidad de 10 m/s y acelera a 3 m/s^2 durante 8 s . ¿Qué distancia recorrió desde su posición inicial?
13. Un coche parte con una velocidad de 20 m/s y acelera a 1.5 m/s^2 durante 12 segundos. ¿Qué distancia recorrió?
14. Un tren se mueve a 60 km/h y acelera a 2.5 m/s^2 durante 15 s . ¿Qué distancia recorrió en metros?
15. Un avión recorre 5 km mientras acelera a 1.3 m/s^2 . Si el tiempo que tarda en recorrer esa distancia es 40 s , ¿cuál era su velocidad inicial?
16. Un cohete parte desde el reposo, acelera a 10.8 m/s^2 y recorre 4.5 km en su trayectoria. ¿Cuánto minutos tardó en recorrer esa distancia?
17. Un tren acelera a 2.43 m/s^2 y recorre 2 millas . Si su velocidad inicial era 80 km/h , ¿cuántos segundos tardó en recorrer esa distancia?



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



18. Un ciclista recorre 300 m mientras acelera a 0.8 m/s^2 . Si la distancia se recorrió en 18 s, ¿cuál era su velocidad inicial?
19. Un coche viaja por 1200 m con una aceleración de 1.5 m/s^2 . Si el tiempo fue de 30 s, ¿cuál era su velocidad inicial?
20. Un coche parte del reposo y recorre 200 millas en 10 segundos con aceleración constante. Calcula la aceleración en pies por minuto al cuadrado.
21. Un tren parte a -25 m/s y acelera a 2.2 m/s^2 durante 14 s. ¿Cuál fue su posición final?
22. Un avión se mueve a 250 m/s y acelera a 0.9 m/s^2 durante 22 segundos. ¿Qué distancia recorrió?
23. Un ciclista parte del reposo y recorre 300 pies en 18 segundos con una aceleración constante de 0.5 pies/s^2 . Calcula la distancia en metros.
24. Un tren se mueve a 100 km/h y acelera a 3 m/s^2 durante 20 s. ¿Qué distancia recorrió en km?
25. Un coche parte a 35 mph y acelera a 0.7 m/s^2 durante 16 segundos. ¿Qué distancia recorrió en pies?
26. Un coche se mueve a 30 m/s y se detiene con una desaceleración de 5 m/s^2 . ¿Qué distancia recorrió antes de detenerse?
27. Un tren viaja a 40 m/s y desacelera a 2.5 m/s^2 hasta detenerse. ¿Qué distancia recorrió durante la desaceleración?
28. Un avión reduce su velocidad de 200 m/s a 150 m/s con una aceleración de 4 m/s^2 . ¿Qué distancia recorrió durante la desaceleración?
29. Un coche desacelera de 90 km/h a 40 km/h con una aceleración de 3.7 m/s^2 . ¿Qué distancia recorrió en pies?
30. Un ciclista parte a 20 m/s y se detiene con una desaceleración de 1.8 m/s^2 . ¿Qué distancia recorrió?
31. Un tren reduce su velocidad de 120 km/h a 80 km/h en una distancia de 500 m. ¿Cuál es la aceleración del tren en m/s^2 ?
32. Un coche recorre 200 m mientras desacelera a 1.5 m/s^2 , reduciendo su velocidad a 25 m/s . ¿Cuál era su velocidad inicial?
33. Un avión recorre 2 km mientras reduce su velocidad a 200 km/h con una aceleración de 3 m/s^2 . ¿Cuál era su velocidad inicial?



COLEGIO FERNANDO SOTO APARICIO I.E.D.

NIT. 860.532.538-3 - DANE - 111001024660

PEI: "La comunicación para el desarrollo humano y la construcción de ciudadanía"

Resolución N° 18274 de 8 de Nov. de 1985 – Jornada Mañana

Resolución N°. 15603 de 14 de Sept. De 1979 Jornada Tarde

Resolución Nuevo Nombre 08-0009 de 20 de enero de 2014



34. Un coche que viajaba a 30 m/s se detiene con una aceleración de 4 m/s^2 . ¿Qué distancia recorrió antes de detenerse?
35. Un ciclista desacelera de 18 m/s a 5 m/s en una distancia de 120 m . ¿Cuál fue su aceleración?
36. Un tren desacelera de 90 km/h a 40 km/h recorriendo 350 m . Calcula la aceleración en millas por hora al cuadrado.
37. Un coche recorre 180 m comenzando con una velocidad de 15 m/s y con una aceleración de 2.2 m/s^2 . ¿Cuál será su velocidad final?
38. Un avión se desacelera de 250 m/s a 180 m/s recorriendo una distancia de 3 km . ¿Cuál fue la aceleración en km/s^2 ?
39. Un ciclista parte a 12 m/s y se detiene tras recorrer 150 m con una aceleración constante. Calcula la aceleración.
40. Un coche que viajaba a 50 mph reduce su velocidad a 30 mph recorriendo 400 pies . ¿Cuál fue la aceleración en pies/s^2 ?